Theoretische Grundlagen der Umweltchemie I
SS 2004

# Übung 1

Abgabe: Freitag, 16. April 2004

## Aufgabe 1

Eine konstante Stoffmenge $n = 1\,\mathrm{mol}$ eines idealen Gases wird dem in Abbildung 1 skizzierten Kreisprozeß $\mathbf{1}\rightarrow\mathbf{2}\rightarrow\mathbf{3}\rightarrow\mathbf{1}$ unterworfen:

**1.1** Wegen des ersten Hauptsatzes gilt:

$$\oint dU = \oint \delta Q + \oint \delta A = 0\,.$$

Wie groß ist die am System geleistete Arbeit $\oint \delta A = -\oint \delta Q$?

*Hinweis:* Man teile den Integrationsweg in drei Wegstrecken:

$$\oint\limits_{\mathbf{1}\rightarrow\mathbf{2}\rightarrow\mathbf{3}\rightarrow\mathbf{1}} \delta A \quad = \int\limits_{\mathbf{1}\rightarrow\mathbf{2}} \delta A + \int\limits_{\mathbf{2}\rightarrow\mathbf{3}} \delta A + \int\limits_{\mathbf{3}\rightarrow\mathbf{1}} \delta A\,.$$

Längs des ersten Weges reduziert sich das Linienintegral folgendermaßen auf ein gewöhnliches Integral über $V$:

$$\int\limits_{\mathbf{1}\rightarrow\mathbf{2}} \delta A = -\int\limits_{\mathbf{1}\rightarrow\mathbf{2}} p\,dV = -\int\limits_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}\,dV\,,$$

wobei die Temperatur $T$ konstant ist. Für die übrigen Teilstrecken stelle man entsprechende Überlegungen an.

**1.2** Man skizziere den oben in einem $(T,V)$-Diagramm dargestellten Kreisprozeß in einem $(p,V)$-Diagramm.

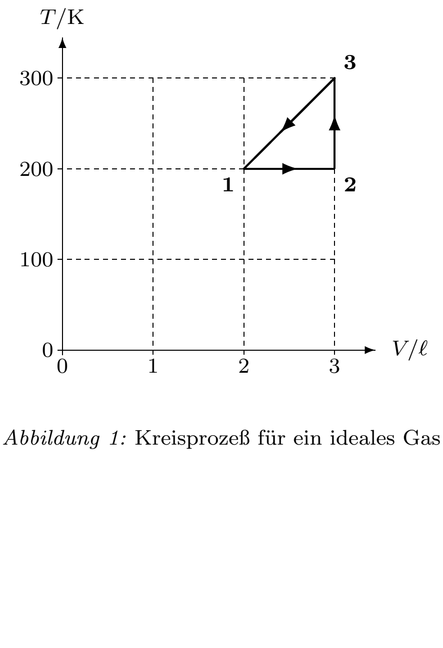


*Abbildung 1:* Kreisprozeß für ein ideales Gas

## Aufgabe 2

Welche der folgenden Differentialausdrücke sind exakt? Wie lauten die dazugehörigen Stammfunktionen, falls sie existieren?

$$\begin{aligned}
\delta f_1(p,V) &= V\,dp + p\,dV \\
\delta f_2(p,V) &= -p\,dV \\
\delta f_3(H,T) &= \frac{aH^2+b}{T^3}\,dT - \frac{aH}{T^2}\,dH \\
\delta f_4(V,T) &= \frac{nRT}{V}\,dV + C_V\,dT \\
\delta f_5(p,T) &= \frac{nRT}{p}\,dp - nR\left(\ln\frac{aT^{5/2}}{p} + \frac{5}{2}\right)dT
\end{aligned}$$

$a$, $b$, $n$, $R$ und $C_V$ sind reelle Konstanten.

## Aufgabe 3

Während der Überquerung der Alpen bei Föhn machen die Luftmassen die in Abb. 2 angegebenen Prozesse durch. Vor der Alpenüberquerung (Zustand 1) habe die Luft den Druck $p_1 = 1\,\mathrm{atm}$ und die Temperatur $T_1 \mathrel{\widehat{=}} 15\,°\mathrm{C}$. Über den Alpen kühlt sich die Luft *vor* dem Ausregnen (Zustand 2) auf die Temperatur $T_2 \mathrel{\widehat{=}} 0\,°\mathrm{C}$ ab.

**3.1** Wie groß ist der Luftdruck $p_2$ über den Alpen? *Hinweis:* Man zeige mit Hilfe der Adiabatengleichung, daß bei adiabatischen Pro-

**1→2** Luft steigt auf; Druck nimmt ab: adiabatische Expansion

**2→3** Wasser kondensiert; Kondensationswärme $\Delta H$ wird zugeführt: isobare Aufwärmung

**3→4** Luft sinkt ab; Druck nimmt zu: adiabatische Kompression

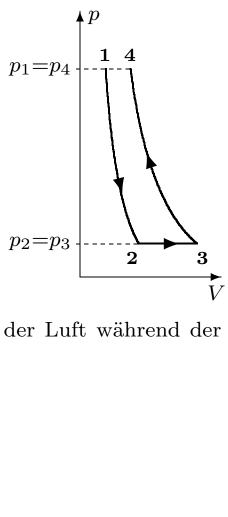


*Abbildung 2:* Zustandsänderungen der Luft während der Alpenüberquerung bei Föhnlage

zessen für die Anfangs- und Enddrücke bzw. -temperaturen folgende Beziehung gilt:

$$\frac{p_\mathrm{b}}{p_\mathrm{a}} = \left(\frac{T_\mathrm{b}}{T_\mathrm{a}}\right)^{1+\frac{1}{\kappa}},$$

mit $\kappa := R/c_V$. Die molare Wärmekapazität von Luft bei konstantem Volumen beträgt $c_V = \frac{5}{2}R$.

**3.2** Wie groß ist die Temperatur $T_3$ der Luft über den Alpen *nach* dem Ausregnen (Zustand 3)? Die zugeführte Kondensationswärme betrage $\Delta H = 300\,\mathrm{J}$ pro Mol Luft. Die molare Wärmekapazität von Luft bei konstantem Druck beträgt $c_p = \frac{7}{2}R$.

**3.3** Wie groß ist die Lufttemperatur $T_4$ nach dem Absinken von den Alpen (Zustand 4)?

**3.4** *Fakultativ!* Wieso bekommt man nicht die gleiche Endtemperatur, wenn man der Luft bei konstantem Druck $p_1$ (also ohne adiabatische Expansion und Kompression) die Kondensationswärme $\Delta H$ zuführt?