Theoretische Grundlagen der Umweltchemie I

SS 2004

Lösung zu Übung 3

Aufgabe 1

1.1 $\frac{|Q_{Kraftwerk}|}{\Delta t} = \frac{1}{\eta} \frac{|A_{Wärmepumpe}|}{\Delta t}$

$= \frac{873}{873-282} \cdot 300\,W = 444\,W$

Abwärme: $444\,W - 300\,W = 144\,W$

Zum Vergleich: Energieeinsparung durch Wärmepumpe:
$8000\,W - 300\,W = 7700\,W$!

Das Argument der Propaganda stimmt wahrscheinlich nicht einmal bei Mitberücksichtigung realer Verluste.

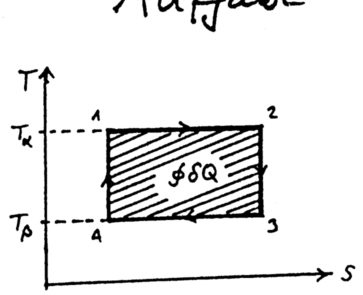
1.2 $\underbrace{|Q_{34}^{Kraftwerk}|}_{\text{Abwärme}} = \underbrace{|Q_{43}^{Wärmepumpe}|}_{\text{Dem Grundwasser entnommene Wärme}}$

gilt nur, falls
$T_\alpha^{Kraftwerk} = T_\alpha^{Wärmepumpe}$

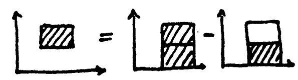
Ist die Betriebstemperatur des Kraftwerks größer als die Hausinnentemperatur, so ist die Bilanz günstig, d.h. $\Sigma\eta > 1$

Aufgabe 2

2.1



2.2 $|\oint \delta A| = \oint \delta Q = Q_{12} - Q_{34}$



Aufgabe 3

3.1 (a) Man kann die Abkühlung des Meteoriten reversibel führen, d.h. so langsam erfolgen lassen, daß der Meteorit zu jedem Zeitpunkt in einem inneren Gleichgewicht ist. Dann gilt

$$\Delta S_{Met} = \int \frac{\delta Q_{Met}}{T} = \int_{1273K}^{288K} \frac{C\,dT}{T},$$

wobei C die Wärmekapazität des Meteorits bezeichnet.* Also:

$$\Delta S_{Met} = 820\,JK^{-1} \ln \frac{288\,K}{1273\,K} = -1{,}22\,kJK^{-1}$$

(b) Der Ozean nimmt die gleiche Wärmemenge auf, die der Meteorit abgibt, und zwar

$$\Delta Q_{Oz} = C\Delta T = 820\,JK^{-1}(1273\,K - 288\,K) = 807{,}7\,kJ.$$

Die Temperatur des Ozeans bleibt dabei in bester Näherung konstant. Auch hier läßt sich die Wärmeaufnahme reversibel durchführen, also gilt

$$\Delta S_{Oz} = \int \frac{\delta Q_{Oz}}{T} = \frac{1}{288\,K} \int \delta Q_{Oz} = \frac{\Delta Q_{Oz}}{288\,K} = 2{,}80\,kJ\,K^{-1}$$

(c) Auch wenn die beiden Teilsysteme – für sich betrachtet – zu jedem Zeitpunkt in einem inneren Gleichgewicht sind, ist das Gesamtsystem in dem Temperaturausgleich nicht im Gleichgewicht. Das Gesamtsystem durchläuft also einen irreversiblen Prozeß, daher erwartet man, daß $\Delta S_{Gesamt} > 0$. In der Tat gilt

$$\Delta S_{Gesamt} = \Delta S_{Met} + \Delta S_{Oz} = 1{,}59\,kJ\,K^{-1}$$

3.2 Die kinetische Energie des Meteorits $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = 1{,}54\,kJ$ wird bei einer Temperatur von 1000 °C in Wärme umgewandelt, also

$$\Delta S_{kin} = \frac{1540\,J}{1273\,K} = 1{,}21\,JK^{-1}$$

Der Beitrag der Bewegungsenergie zur Entropieänderung ist vernachlässigbar.

---

* Bei Stoffen, die sich bei Temperaturerhöhung wenig ausdehnen (z.B. Flüssigkeiten und Festkörpern) gilt $C_p \approx C_V$.

Aufgabe 4

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S < 0 \quad (\text{spontaner Prozeß})$$

$$\Rightarrow \quad \Delta S > \frac{\Delta H}{T} = 86{,}2\ \mathrm{JK^{-1}\,mol^{-1}}$$

Aufgabe 5

5.1 $T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = T_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^{2/3} \exp\frac{2(S-S_0)}{3nR}$

einsetzen in $U(S,V)$ ergibt

$U(T,V) = \frac{3}{2} nRT$

5.2 $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$

$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = \frac{3}{2} nRT_0 \left(-\frac{2}{3}\right) \frac{V_0^{2/3}}{V^{5/3}} \exp\frac{2(S-S_0)}{3nR} \neq \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$

Bei konstant gehaltener Temperatur ist U volumenunabhängig; bei konstant gehaltener Entropie (d.h. bei adiabatischen und reversiblen Prozessen) nicht. $(T,V) \mapsto U(T,V)$ und $(S,V) \mapsto U(S,V)$ sind vom mathematischen Standpunkt zwei völlig verschiedene Funktionen, die unglücklicherweise mit dem gleichen Buchstaben bezeichnet werden.

5.3 $U(S,V)$ enthält mehr Information als $U(T,V)$: die „Anfangsbedingungen" T_0, V_0, S_0.